

СТРАТЕГИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФИРМ, ДЕЙСТВУЮЩИХ ПО КУРНО, И ЦЕНОПОЛУЧАТЕЛЕЙ

А.Ю. Филатов (ИГУ, ИСЭМ СО РАН), fial@irlan.ru

Аннотация. В работе исследована модель стратегического взаимодействия n компаний на рынке количественной олигополии, если помимо конкурентов, максимизирующих прибыль по Курно, появляются компании, ориентирующиеся исключительно на сложившуюся на рынке цену, и выбирающие исходя из нее объемы поставок продукции. Проанализирован случай линейного спроса и симметричных фирм, характеризующихся квадратичными издержками. Показано, что в некоторых случаях ценополучатели могут получать большие прибыли, чем стратегические фирмы, действующие по Курно. Исследовано, какие параметры рынка влияют на выгодность перехода фирм в число ценополучателей.

Ключевые слова: количественная олигополия, стратегическое взаимодействие, модель Курно, модель Штакельберга, ценополучатели.

0. Введение

Наиболее интересным для исследования типом рыночных структур, в силу большого спектра стратегий поведения участников (Тироль, 2000) и нетривиальности выводов, является олигополия. Как правило, число олигополистов ограничено несколькими фирмами, хотя в некоторых случаях при информационной открытости (облегчающей координацию фирм) может достигать до нескольких десятков (Кабраль, 2003). Причем размер каждой фирмы должен позволять ей значимо влиять на ситуацию на рынке. Именно для олигополии в наибольшей степени характерно стратегическое взаимодействие участников.

В классической модели количественной олигополии Курно все олигополисты выбирают объемы поставок, максимизирующие их прибыль в условиях аналогичной реакции со стороны конкурентов. В то же время в реальности часто ни функция отраслевого спроса, ни тем более функции издержек конкурентов, необходимые для построения кривых реакции, фирмам недоступны. Кроме того, не исключено, что часть фирм просто не задумывается о собственном влиянии на параметры равновесия, складывающегося на рынке. В этом случае они могут выступать ценополучателями – реагировать исключительно на сложившуюся на рынке цену и выбирать исходя из нее оптимальные объемы поставок продукции.

Такое «недалновидное» поведение заведомо приводит к сокращению прибылей относительно фирм, действующих по Курно, если происходит в одностороннем порядке. Однако следует учесть, что конкуренты также будут подстраиваться под изменившиеся параметры равновесия, и в некоторых случаях ценополучатели могут даже увеличить прибыли (Зоркальцев, Мокрый, 2010). Действительно, расширение их поставок и падение цены приводит к тому, что максимизирующие прибыль Курно-конкуренты вынуждены уменьшать свою долю на рынке. Целью исследования является выявление условий функционирования рынка, при которых переход из числа стратегических фирм в ценополучатели может оказаться выгодным.

1. Формализация модели

На рынке с линейным спросом $p = a - bQ$ действуют n одинаковых фирм, производящих однородную продукцию и характеризующихся квадратичными издержками $TC(q) = dq^2 + cq + f$. Пусть k стратегических фирм действуют по Курно, а остальные m – выступают ценополучателями.

Будем далее индексом k обозначены поставки и прибыли фирм, действующих по Курно, а индексом m – поставки и прибыли ценополучателей. Учтем также предположение о том, что на рынке действуют одинаковые фирм, в связи с чем нас будет интересовать симметричное равновесие.

Итак, m фирм воспринимают цену $p = a - bQ = a - b(mq_m + kq_k)$ как данность и выбирают оптимальный объем производства q_m , максимизируя прибыль:

$$\pi_m = pq_m - dq_m^2 - cq_m - f \rightarrow \max_{q_m}.$$

Приравняв производную к нулю и подставив в формулу значение цены, получим

$$p - 2dq_m - c = 0, \quad a - bmq_m - bkq_k - c - 2dq_m = 0,$$

$$q_m = \frac{a - bkq_k - c}{mb + 2d}. \quad (1)$$

В отличие от ценополучателей каждая из стратегических фирм понимает, что изменением поставок влияет на цену, и максимизирует прибыль при этом предположении:

$$\pi_i = pq_i - dq_i^2 - cq_i - f = (a - b(q_i + (k-1)q_k + mq_m))q_i - dq_i^2 - cq_i - f \rightarrow \max_{q_i}.$$

Приравнявая производную к нулю и учитывая, что $q_1 = \dots = q_i = \dots = q_k$, получим:

$$a - 2bq_k - (k-1)bq_k - mbq_m - 2dq_k - c = 0,$$

$$q_k = \frac{a - c - mbq_m}{(k+1)b + 2d}. \quad (2)$$

Подставив в (2) выражение (1), получим формулы

$$q_k = \frac{a - c}{b\left(m + k + 1 + \frac{mb}{2d} + \frac{2d}{b}\right)}, \quad q_m = \frac{(a - c)(1 + b/2d)}{b\left(m + k + 1 + \frac{mb}{2d} + \frac{2d}{b}\right)} = q_k \left(1 + \frac{b}{2d}\right). \quad (3)$$

При фиксированном числе фирм $n = m + k$ формулы (3) можно также переписать в следующем виде:

$$q_k = \frac{a - c}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d}, \quad q_m = \frac{(a - c)(1 + b/2d)}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d} = q_k \left(1 + \frac{b}{2d}\right). \quad (4)$$

Из формул (4) напрямую следует следующее свойство получаемого равновесия:

Свойство 1.

Оптимальные объемы поставок ценополучателей превышают объемы поставок фирм, действующих по Курно в фиксированное число раз, не зависящее от числа тех и других фирм, и определяющееся только параметрами функций спроса и издержек, а именно, соотношением коэффициентов b и d .

Отметим, что коэффициент b определяет наклон обратной функции спроса, а $2d$ характеризует скорость возрастания предельных издержек $MC = TC' = 2dq + c$.

Также из формул (4) следует, что при фиксированном количестве n фирм на рынке переход части из них в ценополучатели сокращает поставки как оставшихся Курно-конкурентов, так и фирм, с самого начала входивших в число ценополучателей. Действительно, рост параметра m увеличивает знаменатели дробей и сокращает значения q_k и q_m . Однако для суммарных объемов справедлива противоположная тенденция.

Свойство 2.

При фиксированном количестве фирм на рынке переход части из них в ценополучатели сокращает поставки каждой из них, увеличивает суммарные поставки продукции и роняет цены.

Суммарные объемы вычисляются по формуле

$$Q = \frac{a - c}{b} \left(1 - \frac{b + 2d}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d}\right)$$

Очевидно, что при росте m данное выражение увеличивается. А рост продаж согласно убывающей функции спроса сопровождается падением цен.

Рассчитаем размер прибылей фирм, действующих по Курно, и ценополучателей.

$$\pi_k = \frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f, \quad \pi_m = \frac{(a-c)^2(b+d+b^2/4d)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f. \quad (5)$$

Формулы (5) будем использовать в дальнейшем для выявления выгоды или невыгоды смены стратегии поведения с «Курно» на «ценополучателя».

Заметим, что из формул (4), (5) следует, что оптимальные объемы поставок всех фирм пропорциональны разности максимально возможной на рынке цены a и начального уровня предельных издержек c , прибыли при отсутствии постоянных издержек пропорциональны $(a-c)^2$.

Все далее рассматриваемые варианты модели будем сравнивать с базовым, когда все фирмы являются стратегическими, т.е. $k = n$, $m = 0$. Для него формулы (4), (5) примут следующий вид:

$$q_k(0;n) = \frac{a-c}{(n+1)b+2d}, \quad \pi_k(0;n) = \frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d\right)^2} - f. \quad (6)$$

2. Сравнение стратегии ценополучателя и лидера по Штакельбергу

Как будет показано ниже, ценополучатель в некоторых ситуациях может получить прибыль, большую, чем фирма, действующая по Курно, за счет того, что вслед за его расширением поставок и снижением цены остальные участники уменьшают свою долю на рынке. Этим стратегия ценополучателя напоминает стратегию лидера в модели Штакельберга, только лидера не дальновидного и все оценивающего, а действующего наоборот. Тем не менее, интересно сравнить данные две модели.

Рассчитаем объемы поставок q_0 единственного лидера и q_k – симметричных последователей (числом k) в модели Штакельберга. Последователь максимизирует свою прибыль в предположении о том, что ему известны поставки конкурентов:

$$\pi_i = pq_i - dq_i^2 - cq_i - f = (a - bq_0 - bq_i - (k-1)bq_k)q_i - dq_i^2 - cq_i - f \rightarrow \max_{q_i}.$$

Приравняв производную к нулю и учитывая, что $q_1 = \dots = q_i = \dots = q_k$, получим:

$$a - bq_0 - 2bq_k - (k-1)bq_k - 2dq_k - c = 0,$$

$$q_k = \frac{a-c-bq_0}{(k+1)b+2d} \quad (7)$$

Лидер по Штакельбергу максимизирует прибыль в предположении о том, что остальные максимизируют свою прибыль, то есть действуют в соответствии с формулой (7):

$$\pi_0 = pq_0 - dq_0^2 - cq_0 - f = \left(a - bq_0 - kb \frac{a-c-bq_0}{(k+1)b+2d} \right) q_0 - dq_0^2 - cq_0 - f \rightarrow \max_{q_0}.$$

$$a - c - kb \frac{a-c}{(k+1)b+2d} - 2bq_0 - 2dq_0 + \frac{2kb^2q_0}{(k+1)b+2d} = 0,$$

$$\frac{(a-c)(kb+b+2d-kb)}{(k+1)b+2d} = \frac{(2b+2d)(kb+b+2d)-2kb^2}{(k+1)b+2d} q_0,$$

$$\frac{(a-c)(b+2d)}{(k+1)b+2d} = \frac{2kbd+2b^2+2bd+4bd+4d^2}{(k+1)b+2d} q_0,$$

$$q_0 = \frac{(a-c)(b+2d)}{2(k+3)bd+4d^2+2b^2} = \frac{(a-c)(1+b/2d)}{(k+3)b+2d+b^2/d} \quad (8)$$

Заметим, что из формул (3) и (8) следует одно интересное свойство. Пусть из n фирм две становятся ценополучателями, а остальные k – действуют по Курно. Тогда

оптимальный объем поставок ценополучателя в точности совпадет с оптимальными поставками для лидера по Штакельбергу при наличии лидера и k последователей:

$$q_m(2; k) = \frac{(a-c)(1+b/2d)}{(k+3)b+2d+b^2/d} = q_0(1; k).$$

Монотонный же рост поставок ценополучателей $q_m(m; k)$ при сокращении их числа m и фиксированном количестве Курно-конкурентов k следует из формулы (3). Таким образом,

$$q_m(1; k) > q_m(2; k) = q_0(1; k). \quad (9)$$

Следовательно, ценополучатель заведомо избыточно расширяет поставки, действуя даже не как лидер в модели Штакельберга, а еще радикальнее. Преуспевает он в своих действиях, получая прибыли большие, чем в изначальном состоянии конкуренции по Курно, или меньшие, зависит от того, насколько объемы поставок превышают поставки лидера по Штакельбергу и насколько это уменьшает сложившуюся цену.

Свойство 3.

При наличии на рынке единственного ценополучателя его объем поставок всегда превышает оптимальный для лидера по Штакельбергу. В то же время прибыли могут как превышать исходные прибыли Курно-конкурентов, так и быть меньше их (в последнем случае становится ценополучателем невыгодно).

3. Выгодно ли становиться ценополучателем

Важным вопросом является выявление условий, при которых фирмам становится выгодно переходить из числа стратегических, действующих по Курно, в число ценополучателей. Пусть изначально все n фирм являются стратегическими, а затем m из них становятся ценополучателями. Найдем изменение прибыли последних:

$$\pi_m(m; k) - \pi_k(0; m+k) = \left(\frac{(a-c)^2(b+d+b^2/4d)}{((n+1)b+2d+mb^2/2d)^2} - f \right) - \left(\frac{(a-c)^2(b+d)}{((n+1)b+2d)^2} - f \right).$$

Обозначив $x = b+d$, $y = (n+1)b+2d$, получим

$$\pi_m(m; k) - \pi_k(0; m+k) = (a-c)^2 \left(\frac{(x+b^2/4d)}{(y+mb^2/2d)^2} - \frac{x}{y^2} \right). \quad (10)$$

Свойство 4.

На выгодность / невыгодность перехода фирм в число ценополучателей не влияют коэффициенты a , c , f , однако влияет соотношение коэффициентов b и d , число фирм на рынке n и число ценополучателей m .

Знак разности (10) совпадает со знаком правой скобки и, в свою очередь, со знаком следующего выражения:

$$xy^2 + b^2y^2/4d - xy^2 - mb^2xy/d - m^2b^4x/4d^2 = (b^2dy^2 - 4mb^2dxy - m^2b^4x)/4d^2.$$

Его знаменатель положителен. Подставив выражения для x и y , определим, что влияет на знак числителя:

$$\begin{aligned} b^2dy^2 - 4mb^2dxy - m^2b^4x &= b^2d((n+1)b+2d)^2 - 4mb^2d(b+d)((n+1)b+2d) - m^2b^4(b+d) = \\ &= b^2d^3 \underset{<0}{(4-8m)} + b^3d^2 \underset{<0}{(4(n+1)-4m(n+1)-8m)} + b^4d \underset{<0, >0}{((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1))} - \underset{<0}{m^2b^5}. \end{aligned}$$

Заметим, что в данном выражении при $m \geq 1$ первое, второе и четвертое слагаемые заведомо отрицательны. В то же время, третье слагаемое $(n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)$ может оказаться положительным. Более того, при его большой абсолютной величине и вся сумма оказывается больше нуля, что означает выгодность перехода в ценополучатели.

Проанализируем знак разности $\pi_m(m; k) - \pi_k(0; m+k)$ при предположении, что $b = 2\alpha d$. Несложно показать, что он совпадает со знаком выражения

$$4\alpha^2(4-8m) + 8\alpha^3(4(n+1)-4m(n+1)-8m) + 16\alpha^4((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)) - 32\alpha^5m^2.$$

Разделим данное выражение на $16\alpha^2 > 0$ и исследуем полученную функцию

$$f(\alpha) = \alpha^2((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)) - 2\alpha^3 m^2 - 2\alpha(2m + m(n+1) - (n+1)) - (2m-1).$$

Ее производная

$$f'(\alpha) = 2\alpha((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)) - 6\alpha^2 m^2 - 2(2m + m(n+1) - (n+1))$$

является параболой с ветвями вниз, вершиной в точке

$$\alpha_0 = \frac{(n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)}{6m^2}$$

и отрицательным значением в нуле: $f'(0) = -2(2m + (m-1)(n+1)) < 0$. Также известно, что $f(0) = -(2m-1) < 0$. Типичный вид функции $f(\alpha)$ и ее производной представлен на рис. 1.

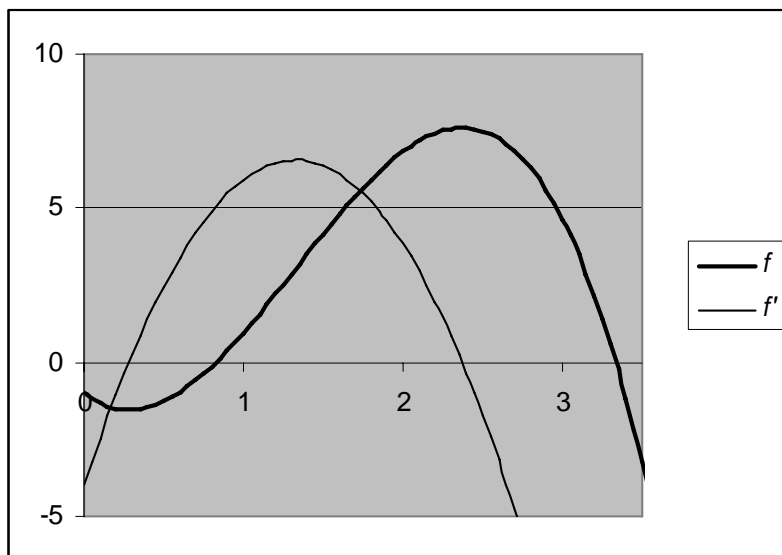


Рис.1. Типичный вид зависимостей $f(\alpha)$ и $f'(\alpha)$

Если $(n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1) < 0$, как показано выше, становится ценополучателем невыгодно ни при каком соотношении параметров. Нас будет интересовать противоположный случай. При слабо положительных значениях α функция $f(\alpha)$ убывает, достигая локального минимума, а затем начинает возрастать. При достаточно больших значениях n она выходит в положительную область и достигает максимума там, где ее производная обращается в ноль (значение легко находится путем вычисления большего из корней квадратного уравнения, однако выглядит довольно громоздко). Соответственно, в некотором (обычно довольно узком) диапазоне значений аргумента $f(\alpha) > 0$.

Сформулируем соответствующий вывод. Вероятность того, что ценополучателем становится выгодно, невелика, но, как правило, увеличивается при росте параметров n и b , а также уменьшении параметров m и d . То есть быть ценополучателем выгодно на большом рынке с неэластичным спросом и большим числом фирм, издержки которых растут медленно. Ценополучателей при этом должно быть мало, в идеале — единственный. Точнее данное свойство звучит так:

Свойство 5.

При любом фиксированном числе ценополучателей t есть такое суммарное количество фирм на рынке n_0 , что при $n \geq n_0$ существует диапазон $\alpha \in [\alpha_{\min}; \alpha_{\max}]$, в котором при $b = 2\alpha d$ ценополучателем становится выгоднее, чем быть стратегической фирмой. Диапазон асимметрично (сильнее вправо) расширяется при росте n .

Изобразим на рис.2 значения функции $f(\alpha)$ при наличии единственного потенциального ценополучателя. На графике представлены случаи 2, 3, 4, 5 и 6 компаний, действующих на рынке. Положительные значения показывают выгодность стратегии

ценополучателя по сравнению со стратегией Курно. Видим, что даже единственным ценополучателем может быть выгодно среди не менее пяти фирм, и только при определенном диапазоне параметров рынка.

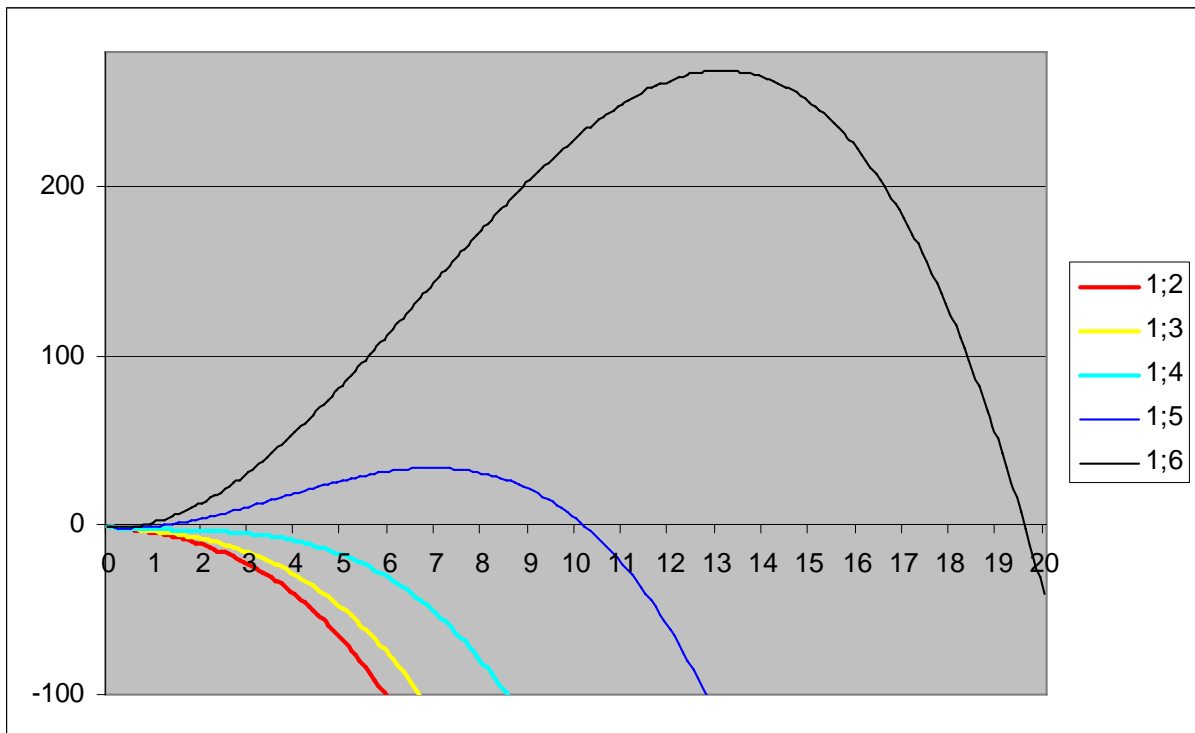


Рис.2. $f(\alpha)$ для единственного ценополучателя в зависимости от числа фирм на рынке

Еще реже будет выгодно становиться ценополучателями, если такой стратегии придерживаются две и более фирмы. Например, при любом числе фирм в пределах десяти ни при каких значениях параметров рынка невыгодно быть одним из двух ценополучателей (что, в частности, демонстрирует рис.3)

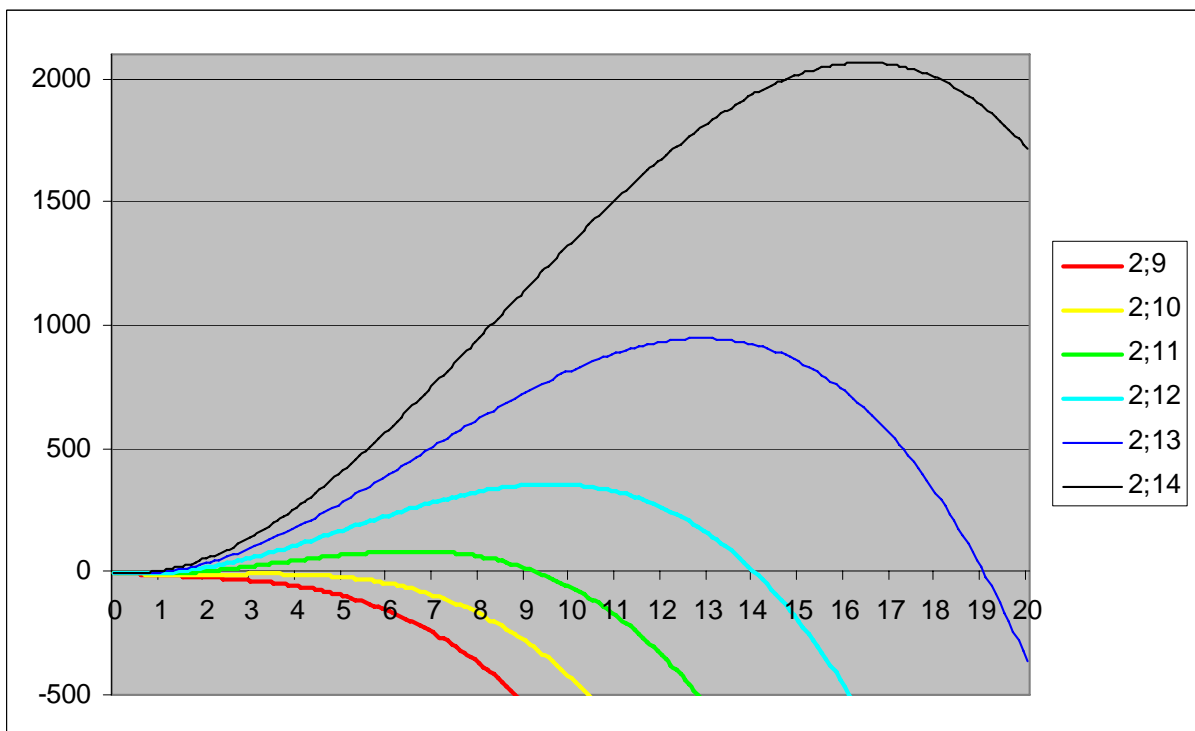


Рис.3. $f(\alpha)$ для двух ценополучателей в зависимости от числа фирм на рынке

4. Заключение

Модели, в которых наряду со стратегическими фирмами действуют ценополучатели, могут использоваться применительно к различным олигопольным рынкам, например, к электроэнергетике. В результате реформирования последней происходит отход от естественно монопольной организации отрасли и введение конкуренции в сфере генерации электроэнергии посредством формирования спотового рынка.

Согласно (Klemperer, Meyer, 1989) количественная олигополия лучше описывает рынки с небольшим числом фирм, дифференцированным продуктом и быстро возрастающей функцией предельных издержек, а ценовая – рынки с большим числом олигополистов, продающих однородный продукт, производимый при слабо возрастающих предельных издержках.

Рынок генерации электроэнергии с одной стороны, характеризуется высокой концентрацией производителей, а с другой – однородностью производимого продукта. Поэтому в ряде работ предлагается подход, когда часть фирм действуют по Курно, а другие образуют конкурентное окружение, ориентируясь на цену, сложившуюся на рынке. В частности, в работе (Айзенберг, Киселева, 2010) было показано, что наличие конкурентного окружения увеличивает объем отраслевого выпуска и снижает равновесную цену по сравнению с одноуровневым взаимодействием стратегических фирм.

В то же время, как показали представленные модели, в большинстве случаев сложно ожидать, что значительная доля рационально действующих фирм примет стратегию ценополучателя. Даже 3–4 фирмы могут с пользой для себя перейти в ценополучатели только при таком большом количестве Курно-конкурентов, которые просто не смогут разместиться (не забываем про постоянные издержки) на исследуемом рынке. Что правда не отменяет возможности пользоваться некоторой промежуточной по объемам поставок стратегией.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Тироль Ж.** (2000) Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. – СПб: «Экономическая школа».
2. **Кабраль Л.** (2003) Организация отраслевых рынков: вводный курс. – Минск: «Новое знание».
3. **Зоркальцев В.И., Мокрый И.В.** (2010) Сетевая модель рыночного согласования // Труды VI Московской международной конференции по исследованию операций. – М.: «МАКС Пресс», с.29–31.
4. **Klemperer P., Meyer M.** (1989) Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty // «Econometrica», №6 (57), p.1243–1277.
5. **Айзенберг Н.И., Киселева М.А.** (2010) Математические модели спотовых рынков электроэнергетики // Труды конференции «Устойчивое развитие российских регионов: инновации, институты и технологические заимствования», Екатеринбург: УрГУ, с.9–15.