

Васин А.А., Гусев А.Г.

## Теоретико-игровые модели организации рынка мощности и электроэнергии

### Аннотация.

В работе описываются варианты развития рынка мощности в России. Анализируются некоторые модели поведения производителей, учитывающие обе части рынка: продажа электроэнергии и продажа мощности. Сопоставляются равновесия этих моделей с решением задачи об оптимальном составе генерирующего оборудования.

Ключевые слова: рынок электроэнергии, рынок мощности, аукционы однородного товара.

### 1. Введение

В последнее десятилетие в России проходит реформа электроэнергетического сектора. Наиболее важными его компонентами стали оптовые рынки электроэнергии и мощности.

Переходный оптовый рынок электроэнергии включает: рынок двусторонних контрактов, конкурентный рынок на сутки вперед (РСВ) и конкурентный балансирующий рынок. Переходный оптовый рынок мощности включает: рынок двусторонних контрактов и конкурентный отбор мощности (КОМ).

РСВ организован как двойной закрытый сетевой аукцион с едиными узловыми ценами. В каждом узле на каждый час следующих суток каждый производитель устанавливает свою заявку, которая определяет объем мощности, который он готов предоставить в зависимости от узловой цены. Аналогично, каждый потребитель устанавливает свою заявку, которая определяет объем, который он готов купить в конкретный час суток в зависимости от цены. Системный оператор определяет потоки в сети и узловые цены, балансирующие спрос и предложение в каждом узле с учетом чистого экспорта. Потоки определяются из решения задачи максимизации общего благосостояния с учетом ограничений на пропускную способность и потерь в линиях передачи. Построение соответствующей математической модели и ее применение при проектировании Единой Энергетической Системы России стало, пожалуй, главным достижением в развитии российского рынка электроэнергии (см. Давидсон и др. (2004)). Расчетная модель ЕЭС России содержит 7200 узлов, расположенных в Европе и на Урале, и 600 узлов в Сибири. Стоит отметить, что модель с таким большим количеством узлов и такой детализацией не имеет аналогов в мире. Теоретическая сложность решенной задачи обусловлена свойствами электрических сетей переменного тока. Их функционирование существенно отличается от сетей для обычных товаров.

Цель балансирующего рынка – обеспечивать в реальном времени баланс спроса и предложения в каждом узле и необходимые резервы для стабильности поставок.

Поскольку доля этого рынка в общем объеме дневной торговли не превышает 4%, в последующем обсуждении рынка электроэнергии и мощности он не рассматривается.

Цель создания рынка мощности – снизить риски, связанные со строительством новых мощностей, и повысить надежность энергоснабжения. Введение такого рынка повышает инвестиционную привлекательность рынка электроэнергии и его способность удовлетворить спрос в долгосрочной перспективе, включая потребности сектора в резервах. Последние необходимы для обеспечения надежности электроснабжения в рамках системы с ограничениями на передачу мощности в случае возможных аварий на генерирующих мощностях, ошибок в прогнозах спроса и других непредвиденных обязательствах.

Российский рынок мощности устроен таким образом, что каждый оптовый покупатель электроэнергии обязан покупать мощность в заявленном или определенном в пиковый момент его потребления размере, увеличенном на сумму резервных мощностей, необходимых для обеспечения надежной работы энергосистемы. В настоящее время торговля мощностью осуществляется на год вперед (в долгосрочной перспективе планируется торговля на несколько лет вперед) на рынке конкурентного отбора мощности (далее КОМ). До 2011 г. ценообразование в КОМ существенно отличалось от ценообразования на РСВ, и не было единой цены для всех производителей и потребителей. В соответствии с правилами, установленными на рынке мощности в 2007 г. (см. Постановление Правительства, 2007), каждый поставщик получал оплату его мощности по рыночной цене, равной цене в его заявке, а потребители покупали мощность по рыночной цене, определяемой как усреднение цены по всем поставщикам. Цена мощности, указанная в предложении каждого поставщика, контролировалась, чтобы она была экономически обоснованной для инфраструктуры оптового рынка. Эта цена должна была покрывать постоянные издержки производителя с учетом нормы прибыли на вложенный капитал.

С января 2011 г. правила для рынков электроэнергии и мощности существенно изменились. В частности, на рынке мощности используется некая смесь аукциона единой цены и аукциона с оплатой по заявкам: все предложения с ценами менее 85% цены отсечения оплачиваются по этой цене, а отобранные предложения с ценами более 85% цены отсечения оплачиваются по заявленным ценам.

В условиях централизованного планирования определение оптимального состава генерирующего оборудования представляет собой оптимизационную задачу. Ее решение определяет те мощности, которые с минимальными суммарными издержками удовлетворяют потребительский спрос, заданный кривой продолжительности нагрузки (см. ниже Раздел 2). Это частный случай задачи максимизации общественного благосостояния. Методы решения этой задачи разработаны в ряде исследований (см. Давидсон и др. (2009), а также Стофт (2006)). Важный вопрос относительно рынка электроэнергии: обеспечивает ли его архитектура отбор мощностей, соответствующих решению указанной оптимизационной задачи.

В Разделе 2 мы исследуем задачу об оптимальной структуре мощностей в упрощенной постановке, учитывая лишь постоянные и переменные затраты на производство электроэнергии и не принимая во внимание издержки, связанные с запуском и отключением генераторов. Такое упрощение представляется приемлемым при решении задачи долгосрочного планирования. В то же время, мы получим решение в более общем случае, чем в Стофт (2006), поскольку рассматриваем ограничение на максимальную мощность каждого типа генераторов.

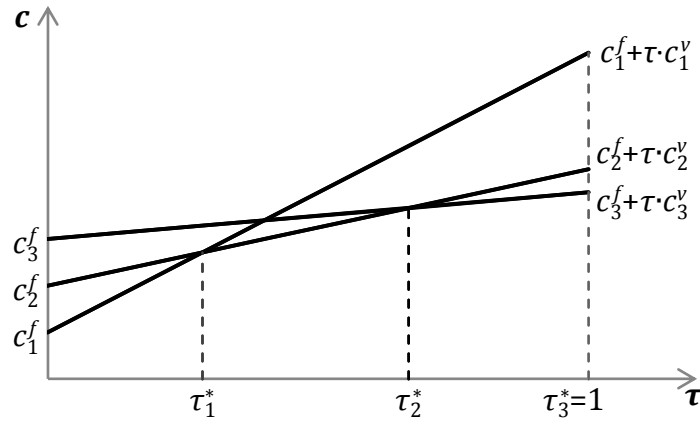
Далее в Разделе 3 мы рассматриваем упрощенные модели рынка электроэнергии и мощности, соответствующие двум вариантам его организации: 1) с проведением на КОМ аукциона единой цены; 2) с проведением на КОМ аукциона с оплатой по заявкам; и сравниваем полученные равновесные исходы с оптимальной структурой мощностей, которая является решением задачи максимизации общественного благосостояния. Мы покажем, что оптимальная структура мощностей может быть достигнута при условиях совершенной конкуренции, полной рациональности поведения и полной информации об агентах на рынке. Однако, при более реалистичных предположениях реализация оптимальной структуры мощностей невозможна при такой архитектуре. В разделе 4 мы опишем правила аукциона, позволяющего отобрать оптимальную структуру производственных мощностей на основе частной информации, то есть когда каждому участнику известны лишь его собственные технико-экономические характеристики.

## 2. Задача формирования оптимальной структуры мощностей.

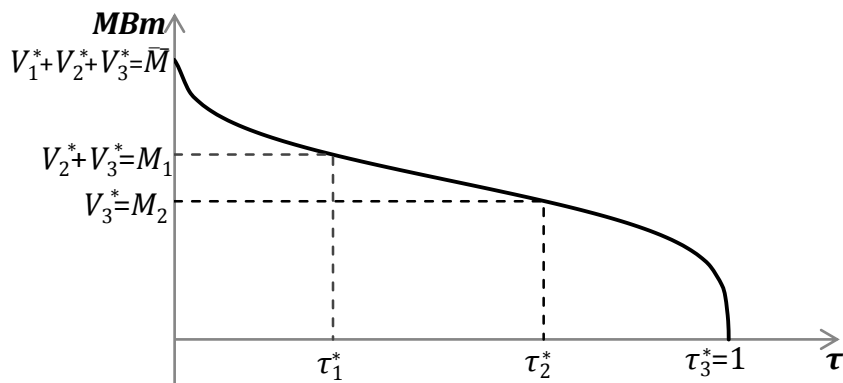
Следуя указанной работе Стофт (2006), предположим, что существует множество  $I$  типов генерирующих мощностей. Каждый тип  $i \in I$  характеризуется переменными издержками  $c_i^v$  и постоянными издержками  $c_i^f$  на 1 МВт производимой мощности. Постоянные издержки определяются следующим образом:  $c_i^f = \frac{r \cdot OC_i}{(1 - e^{-rT_i})}$ , где  $OC_i$  – стоимость строительства единицы мощности типа  $i$ ,  $r$  – ставка дисконтирования,  $T_i$  – срок службы мощности типа  $i$ . Пусть  $\tau \in [0,1]$  обозначает коэффициент загрузки, который показывает долю времени загрузки конкретной мощности в рассматриваемом периоде (годе),  $c_i(\tau) = c_i^v \cdot \tau + c_i^f$  – средние издержки мощности типа  $i$  в зависимости от коэффициента загрузки. На Рисунке 1 показано, как меняются средние издержки в зависимости от  $\tau$  и типа мощности.

Постановка задачи предполагает, что спрос в течение одного периода (года) является неэластичным по цене и характеризуется максимальным значением  $\bar{M}$  и кривой продолжительности нагрузки  $M(\tau)$ ,  $\tau \in [0,1]$  (далее – КПН). Обратная функция  $\tau(M)$  определяет долю времени, когда требуемая мощность превышает уровень  $M$ . На практике, кривая  $M(\tau)$  рассчитывается, исходя из нагрузки в прошлые периоды. Модель предполагает, что КПН не меняется в интервале планирования. На Рисунке 2 показана типичная форма КПН.

**Рисунок 1.** Средние издержки в зависимости от коэффициента загрузки



**Рисунок 2.** Кривая продолжительности нагрузки и оптимальная структура мощностей



Сначала будем предполагать, что ограничение производственной мощности для каждого типа не является активным (общая постановка задачи рассматривается далее). Задача формирования оптимальной структуры мощностей состоит в том, чтобы найти объемы мощности  $V_i^*$  и коэффициенты их загрузки:  $\tau_i^*$ ,  $i \in I$ , которые удовлетворяют спрос с минимальными полными затратами.

Пусть типы мощностей упорядочены по возрастанию постоянных издержек:  $c_1^f \leq c_2^f \leq \dots \leq c_{|I|}^f$ . Заметим, что если для некоторого типа мощности  $i \exists j < i: c_j^f + c_j^v < c_i^f + c_i^v$ , то такая мощность  $i$  является заведомо неэффективной. Если мы исключим неэффективные мощности, то оставшиеся мощности должны удовлетворять следующему условию:  $(c_i^f + c_i^v) \downarrow i$ .

Рассмотрим графики, которые показывают средние издержки на 1 МВтч в зависимости от коэффициента загрузки для каждого типа мощности (Рисунок 1). Пусть  $i_1 = 1 < i_2 < \dots < i_k$  – типы мощностей, входящих в нижнюю огибающую этих графиков, и  $\tau_{i_1}^* < \tau_{i_2}^* < \dots < \tau_{i_k}^* = 1$  – точки переключения с одной линии на другую внутри данной огибающей. Пусть  $M_{i_l} = M(\tau_{i_l}^*)$ ,  $l = 1, \dots, k$ .

**Утверждение 1.** Оптимальная структура мощностей включает в себя типы  $i_1, i_2, \dots, i_k$ , определяемые в соответствии с приведенным правилом. Оптимальные

коэффициенты загрузки:  $\tau_{i_l}^*$ ,  $l = 1, \dots, k$ . Оптимальные объемы мощности  $V_{i_1}^* = \bar{M} - M_{i_1}$ ,  $V_{i_l}^* = M_{i_{l-1}} - M_{i_l}$ ,  $l = 2, \dots, k$ .

### Доказательство. ...

Изображенный на Рисунке 1 пример соответствует случаю с тремя типами мощности, издержки которых удовлетворяют условиям:

$$c_1^f < c_2^f < c_3^f, c_1^f + c_1^v > c_2^f + c_2^v > c_3^f + c_3^v. \quad (2.1)$$

Мощность типа 1 относится к старым пиковым мощностям. Ее постоянные издержки минимальны, так как они уже покрыты в предыдущие периоды. В то же время суммарные издержки для нее максимальны. Мощность типа 3 – новая базовая, ее постоянные издержки (связанные со строительством) максимальны, а суммарные издержки – минимальны. Мощность 2 – новая пиковая, она имеет промежуточные характеристики. Оптимальная структура производственных мощностей для рассматриваемого примера определяется в соответствии с Рисунком 2.

Рассмотрим задачу определения оптимального состава генерирующего оборудования в общем случае, когда ограничения производственных мощностей могут быть активными. Объясним идею для случая, когда все типы мощностей состоят из стандартных небольших агрегатов, а КПН является кусочно-постоянной функцией со значениями, отвечающими целому числу таких агрегатов. Агрегаты каждого типа однородны по издержкам.

Пусть  $A$  – набор доступных единиц мощности, каждая мощность  $a \in A$  характеризуется постоянными и переменными издержками  $c_a^f$  и  $c_a^v$ . КПН  $M(\tau)$  удовлетворяет условиям:  $M(0) = \bar{M} < |A|$ ,  $M(1) \leq 1$ . Задачей является отбор  $\bar{M}$  мощностей  $(a_1^*, \dots, a_{\bar{M}}^*)$ , которые покроют заданный  $M(\tau)$  спрос с минимальными суммарными издержками. Для заданного набора  $(a_1, \dots, a_{\bar{M}})$ , издержки составляют  $C(a_1, \dots, a_{\bar{M}}) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{l=1}^{\bar{M}} (c_{a_l}^f + c_{a_l}^v \cdot \tau(l))$ , где  $\tau(l)$  – коэффициент загрузки мощности  $a_l$  (доля периода, когда она используется). Этот коэффициент определяется обратной функцией к  $M(\tau)$ , в точках разрыва  $\tau(l)$  выбирается наибольшее значение.

Таким образом, формальной постановкой задачи является нахождение упорядоченного набора

$$(a_1^*, \dots, a_{\bar{M}}^*) \rightarrow \min_{(a_1, \dots, a_{\bar{M}}) \subset A} C(a_1, \dots, a_{\bar{M}}). \quad (2.2)$$

Алгоритм оптимального выбора следующий: на первом шаге находится мощность, которая удовлетворяет условию  $\bar{a}_1 \rightarrow \min_{a \in A} (c_a^f + c_a^v)$ . Рассмотрим шаг  $l$ , когда мощности  $\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{l-1}$  определены. Рассмотрим задачу:

$$\bar{a} \rightarrow \min_{a \in A} (c_a^f + c_a^v \cdot \tau(l)). \quad (2.3)$$

Если существует решение  $\bar{a} \notin A_{l-1} = \{\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{l-1}\}$ , то положим  $\bar{a}_l = \bar{a}$ . В противном случае для каждой Парето-оптимальной мощности  $a$  в наборе  $A \setminus A_{l-1}$  рассчитаем минимальные издержки, которые необходимы для покрытия нагрузки  $\min(M(\tau), l)$  набором  $A_{l-1} \cup \{a\}$ : упорядочим мощности в этом наборе по возрастанию  $c_a^v$  и найдем  $\sum_{s=1}^l (c_{a_s}^f + c_{a_s}^v \cdot \tau(s))$  для переупорядоченного набора  $(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_l)$ . Обозначим это значение  $C_a(A_{l-1}|a)$ . Итак, выберем

$$\bar{a}_l = \operatorname{argmin}_{a \in A \setminus A_{l-1}} C_a(A_{l-1}|a) \quad (2.4)$$

**Утверждение 2.** Набор  $A_{\bar{M}}$ , определяемый в соответствии с описанным алгоритмом и упорядоченный по возрастанию  $c_a^v$ , является решением задачи (2.2).

**Доказательство.** Предположим, что при любых возможных значениях параметров решение задачи (2.4) единственно. Это условие возможно выполнить за счет сколь угодно малого возмущения значений  $(c_a^f, c_a^v)$ ,  $a \in A$ . Рассмотрим набор  $A_l$ , полученный на  $l$ -ом шаге алгоритма. Покажем с помощью индукции, что это оптимальная структура мощностей, которая покрывает нагрузку  $\min(M(\tau), l)$ . При  $l=1$   $\bar{a}_1 \in A_s^*$  для решений этой задачи при  $s = 2, \dots, \bar{M}$ . Предположим, что  $A_{l-1} \subset A_s^*$  для  $s = l, \dots, \bar{M}$ . Покажем, что  $\bar{a}_l \in A_s^*$   $s = l, \dots, \bar{M}$  для  $\bar{a}_l$ , определяемых в соответствии с алгоритмом. Если  $\bar{a}_l$  – решение задачи (2.3), то для любого набора  $A_s = \{a'_1, \dots, a'_s\}$ , в котором  $\bar{a}_l \notin A_s$ , замена  $a'_i$  на  $\bar{a}_l$  не увеличивает затраты. В общем, предположим, что  $\bar{a}_l \notin A_s^*$  для некоторого  $s \geq l$ . По индукции  $A_{l-1}^* \subset A_s^*$ . Тогда, из (2.4)  $\bar{a}_l \in A_l^*$ , для  $s > l$  рассмотрим набор  $(a_1^*(s), \dots, a_s^*(s))$ . Если  $a_l^*(s) \notin A_{l-1}^*$ , мы приходим к противоречию, т.к.  $\bar{a}_l \rightarrow \min_{a \in A \setminus A_{l-1}^*} (c_a^f + c_a^v \cdot \tau(l))$ . Пусть  $a_l^*(s) = a_{i_l}^*(l-1)$ . Если  $a_{i_l}^*(s) \notin A_{l-1}^*$ , то мы приходим к противоречию, т.к.  $(a_{i_l}^*(l-1), \bar{a}_l) \rightarrow \min_{(a_{i_l}, a_l) \subset A \setminus (A_{l-1}^* \setminus \{a_{i_l}^*(l-1)\})} (c_{a_{i_l}}^f + c_{a_l}^f + c_{a_{i_l}}^v \cdot \tau(a_{i_l}) + c_{a_l}^v \cdot \tau(a_l))$ . В общем, если  $\bar{a}_l \notin A_s^*$ , то существует подмножество  $\bar{A} = (a_{i_1}, \dots, a_{i_k})$  набора  $A_s^*$ , такое что оно включено в набор  $A_{l-1}^*$  по позициям  $(i_1, \dots, i_k, l)$  вместе с некоторой единицей мощности  $\bar{a} \notin A_l^*$ . Но это противоречит определению  $A_l^*$  как решения задачи (2.4).

*Доказательство завершено.*

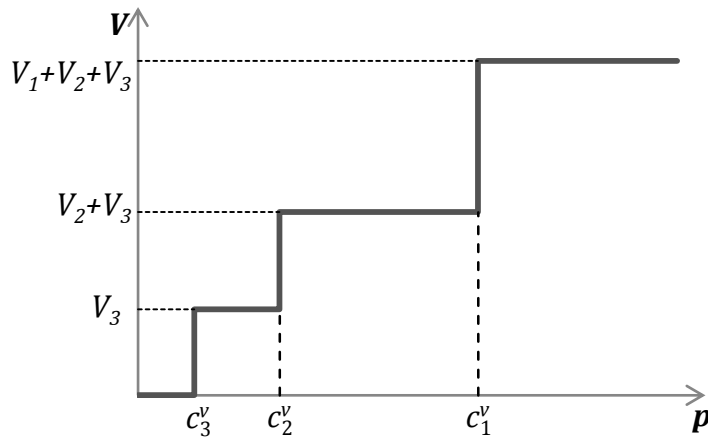
### 3. Анализ некоторых вариантов организации рынка.

С 2011 г. правила функционирования российского рынка мощности стали близки к аукциону единой цены. На таком аукционе каждый поставщик определяет предлагаемый объем товара (электроэнергии или мощности) в зависимости от цены. Согласно действующим на рынке правилам, заявка должна соответствовать неубывающей ступенчатой функции. Потребители в случае неэластичного спроса характеризуются желаемым объемом товара, а цена на рынке определяется из баланса спроса и суммарного

предложения. В условиях совершенной конкуренции оптимальная заявка участника соответствует его теоретической функции предложения, которая каждой цене сопоставляет объем производства, дающий максимальную прибыль (за вычетом издержек на производство товара) при его продаже по этой цене (см. Васин, Морозов, 2005).

Сначала исследуем механизм, которому соответствует аукцион единой цены как на рынке мощности (КОМ), так и на рынке электроэнергии (РСВ), и выясним, когда такая архитектура позволяет обеспечить оптимальный отбор генерирующих мощностей. Продолжим рассматривать пример с тремя типами мощностей, которые удовлетворяют условию (2.1). Рассмотрим вторую стадию взаимодействия – РСВ при фиксированных мощностях  $\vec{V} = (V_1, V_2, V_3)$  каждого типа. В данном случае оптимальная заявка участника РСВ, владеющего мощностью типа  $i$  – предлагать весь производимый объем по цене  $c_i^v$ . Таким образом, суммарная функция предложения на РСВ имеет следующий вид (см. Рисунок 3).

**Рисунок 3.** Функция предложения на РСВ



Следовательно, в зависимости от уровня спроса, равновесная цена на РСВ принимает одно из значений  $c_i^v$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Пусть  $\theta_i(\vec{V})$  обозначает долю периода, когда равновесная цена равна  $c_i^v$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Эти периоды определяются с помощью обратной КПН функции  $\tau(M)$  следующим образом:  $\theta_3(\vec{V}) = 1 - \tau(V_3)$ ,  $\theta_2(\vec{V}) = \tau(V_3) - \tau(V_2 + V_3)$ ,  $\theta_1(\vec{V}) = \tau(V_2 + V_3)$ . Для каждого производителя с новой базовой мощностью ( $i = 3$ ) средняя прибыль на единицу мощности на РСВ составит  $Pr_3(\vec{V}) = \theta_2(\vec{V}) \cdot (c_2^v - c_3^v) + \theta_1(\vec{V}) \cdot (c_1^v - c_3^v)$ . Для производителя с новой пиковой мощностью  $Pr_2(\vec{V}) = \theta_1(\vec{V}) \cdot (c_1^v - c_2^v)$ . Для производителя со старой пиковой мощностью  $Pr_3(\vec{V}) = 0$ .

Теперь рассмотрим аукцион единой цены на рынке мощности. Оптимальная заявка участника КОМ, владеющего мощностью типа  $i$ , – предлагать всю имеющуюся мощность по цене, равной удельным издержкам. Удельные издержки для мощности типа  $i$  с учетом ожидаемой прибыли на РСВ составляют  $(c_i^f - Pr_i(\vec{V}))$ .

Таким образом, конкурентная заявка на КОМ для владельцев новой базовой мощности – это  $(c_3^f - Pr_3(\vec{V}))$ , для владельцев новой пиковой мощности –  $(c_2^f - Pr_2(\vec{V}))$ , для владельцев старой пиковой мощности эта заявка равна  $c_1^f$ . Если ограничение производственной мощности не является активным, то равновесная конкурентная структура мощностей удовлетворяет условиям:  $c_1^f = c_2^f - \tau(V_2 + V_3) \cdot (c_1^v - c_2^v) = c_3^f - (\tau(V_3) - \tau(V_2 + V_3)) \cdot (c_2^v - c_3^v) - \tau(V_2 + V_3) \cdot (c_1^v - c_3^v)$ . Единственным решением этой системы является  $\tau(V_2 + V_3) = \tau_1^*$ ,  $\tau(V_3) = \tau_2^*$ , и равновесная структура является решением задачи оптимального состава генерирующего оборудования согласно Утверждению 1. Аналогичное утверждение справедливо и в общем случае (для произвольного количества типов мощностей).

Существенным недостатком данного механизма является то, что оптимальная заявка агента  $a$ , располагающего производственной мощностью типа  $i$ , зависит не только от его постоянных издержек, но и от значения его ожидаемой прибыли на РСВ, которая, в свою очередь, зависит от параметров других агентов. Таким образом, в КОМ могут быть выбраны не агенты с минимальными значениями постоянных издержек, а те, кто лучше информирован о параметрах конкурентов. Предположим, что ограничение производственной мощности активно, и все генерирующие мощности имеют одинаковые постоянные издержки  $c_i^f$ , но незначительно отличаются по  $c_i^v$ . Тогда оптимальная структура схожа со случаем с полностью однородными типами: соотношение  $V_1^*/V_2^*/V_3^*$  остается таким же, мощности с минимальными значениями  $c_a^v$  должны отбираться внутри каждого типа. Средняя прибыль мощности  $a$  на РСВ теперь зависит от  $c_a^v$  и распределения других мощностей по этим издержкам. Если мощность является однозначно эффективной, то она может исходить из завышенной оценки средней прибыли на РСВ при формировании своей заявки на КОМ, не неся при этом потерь. Но для мощностей с издержками, близкими к пороговым, точная оценка прибыли на РСВ является проблемой.

Если мы рассмотрим аукцион с оплатой по заявкам для рынка мощности, то ситуация становится еще хуже. Для того, чтобы получить конкурентную равновесную прибыль, каждой фирме необходимо точно угадать свою прибыль на РСВ. Рассмотреть подробнее.

Таким образом, обе рассмотренные конструкции не позволяют эффективно производить отбор генерирующих мощностей даже в условиях совершенной конкуренции. Между тем, структура аукциона, который позволит реализовать такой отбор, достаточно проста.

#### 4. Аукцион, обеспечивающий выбор оптимального состава мощностей

Теперь рассмотрим правила аукциона, которые обеспечивают выбор оптимального состава мощностей при условии совершенной конкуренции. Пусть каждый производитель  $a$  может предложить одну мощность с характеристиками  $(c_a^f, c_a^v)$ , которые являются его



частной информацией. Он подает заявку  $(p_a^f, p_a^v)$ . Аукционер обрабатывает заявки в соответствии с описанным алгоритмом и отбирает  $\bar{M}$  мощностей  $(a_1, \dots, a_{\bar{M}})$ . Каждый отобранный производитель  $a_l$  несет издержки  $c_{a_l}^f + c_{a_l}^v \cdot \tau(l)$  и получает прибыль  $p_{a_l}^f + \tau(l)p_{a_l}^v + \max_{s=1, \dots, \bar{M}} (p_{a_s}^f + \tau(s)p_{a_s}^v - p_{a_l}^f - \tau(s)p_{a_l}^v)$ .

Это правило обобщает условия аукциона единой цены однородного товара для рынка мощности.

Пусть все типы мощностей состоят из стандартных небольших агрегатов, а КПН является кусочно-постоянной функцией со значениями, отвечающими целому числу таких агрегатов.

**Утверждение 3.** В общих предположениях о параметрах в условиях совершенной конкуренции стратегия каждого производителя в равновесии Нэша на таком аукционе – подать заявку  $(c_a^f, c_a^v)$ . Отобранный набор мощностей  $(a_1, \dots, a_{\bar{M}})$  является решением задачи (2.2).

**Доказательство утверждения 3.** Поясним идею на следующем примере. Пусть  $\bar{M} = M_1 + M_2$ ,  $M(\tau') = \bar{M}$  для  $\tau' \leq \tau$ ,  $M(\tau') = M_1$  для  $\tau < \tau' \leq 1$ . Таким образом, базовые мощности  $M_1$  должны работать постоянно, а пиковые мощности  $M_2$  необходимы в течение времени  $\tau$  за период. Сначала рассмотрим случай, когда решение задачи (2.2) включает в себя только мощности, которые оптимальны в полном наборе  $A$  для каждой продолжительности нагрузки (см. Рисунок 4.а): типы 1 и 2 дают  $v_1 = \min_{a \in A} (c_a^f + c_a^v)$ , а типы 3, 4 дают  $v_\tau = \min_{a \in A} (c_a^f + c_a^v \cdot \tau)$ .

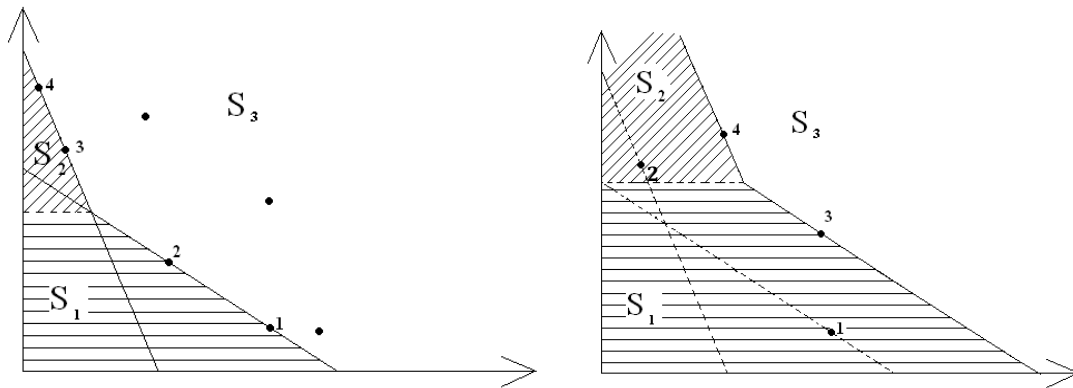


Рисунок 4. а)

б)

Условия совершенной конкуренции в данном случае означают, что  $\bar{V}_1 + \bar{V}_2 > M_1$ ;  $\bar{V}_3 + \bar{V}_4 > M_2$ . Рассмотрим ситуацию  $((p_a^f, p_a^v) = (c_a^f, c_a^v), a \in A)$ . Покажем, что она является равновесием Нэша на аукционе. Для каждого  $a \in A$   $c_a^f + c_a^v \geq v_1$ ,  $c_a^f + c_a^v \cdot \tau \geq v_\tau$ . Каждая мощность  $a \in A_1 \cup A_2$ , используемая как базовая мощность, получает платеж  $v_1$ , и

$a \in A_3 \cup A_4$ , используемая как пиковая, получает  $v_\tau$ . Таким образом, все мощности получают нулевую прибыль. Рассмотрим невостребованную мощность  $\bar{a}$ . Мощность будет отобрана, если она подаст заявку  $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v)$  в области  $S_1$  или в  $S_2$ . В первом случае она заменяет единицу типа 1 или 2 и получает платеж  $v_1$ , неся издержки  $c_{\bar{a}}^f + c_{\bar{a}}^v$ . В последнем случае она используется как пиковая мощность и получает  $v_\tau$ , неся издержки  $c_{\bar{a}}^f + c_{\bar{a}}^v \cdot \tau$ . В любом случае мощность не сможет получить положительную прибыль. Теперь рассмотрим используемую мощность  $\bar{a} \in A_1 \cup A_2$ . Если она выберет  $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_3$ , то некоторая другая мощность  $a \in A_1 \cup A_2$  заменит  $\bar{a}$ . Если  $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_1$ , то результат не изменится. Если  $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_2$  то некоторая  $a \in A_1 \cup A_2$  заменит  $\bar{a}$ , в то же время  $\bar{a}$  заменит  $a' \in A_3 \cup A_4$ . Платежи  $v_1$  и  $v_\tau$  останутся прежними, и  $\bar{a}$  получит отрицательную прибыль, т.к.  $c_{\bar{a}}^f + c_{\bar{a}}^v \cdot \tau > v_\tau$  для  $a \in A_1 \cup A_2$ .

Теперь рассмотрим случай, когда худшие типы мощностей используются как базовые мощности и пиковые мощности (типы 3 и 4 соответственно), не обеспечивая минимальных издержек в наборе  $A$  (см. Рисунок 4.b). Тогда, поскольку аукцион отбирает оптимальную структуру мощностей при честных заявках, то каждая мощность, такая что  $c_a^f + c_a^v < v_1 = c_3^f + c_3^v$  и  $c_a^v < c_0^v$  будет использоваться как базовая и получать платеж  $v_1$ ; Обозначим  $\bar{V}_1$  – число таких единиц. Для каждой мощности, у которой  $c_a^f + c_a^v \cdot \tau < v_\tau = c_4^f + c_4^v \cdot \tau$  и  $c_a^v > c_0^v$ , будет использоваться как пиковая мощность и получать платеж  $v_\tau$ ; пусть  $\bar{V}_2$  будет числом таких единиц (мы предполагаем, что не существует мощностей с  $c_a^v = c_0^v$ ). Условия совершенной конкуренции в данном случае формально те же, что и в предыдущем.

Теперь покажем, что стратегия с честными заявками является равновесием Нэша. Рассмотрим  $\bar{a}$ , такой что  $(c_{\bar{a}}^f, c_{\bar{a}}^v) \in S_1$ . Если  $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_1$ , то результат не изменится: платеж этой мощности –  $v_1$ , а издержки останутся  $c_{\bar{a}}^f + c_{\bar{a}}^v$ . Если  $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_2$ , то некоторые мощности  $a' \in A_3$  заменятся на  $a$  как на базовые мощности,  $\bar{a}$  заменит некоторую мощность  $a \in A_4$ , получит  $v_\tau$  и понесет потери в прибыли, так как  $v_1 - c_{\bar{a}}^f + c_{\bar{a}}^v > v_\tau - c_{\bar{a}}^f - c_{\bar{a}}^v \cdot \tau$ . Итак, если  $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_3$ , то  $\bar{a}$  не используется и, очевидно, теряет прибыль. Проверка оставшихся вариантов схожа с рассуждениями, приведенными выше.

*Доказательство завершено.*

Рассмотрим пример структуры рынка, отвечающей Рисунку 5.

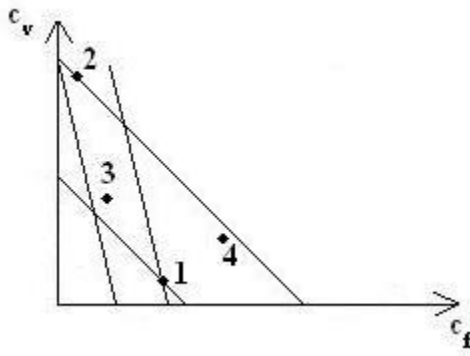


Рисунок 5.

Согласно этому примеру, имеется три типа мощности с ограниченными объемами выпуска  $\bar{V}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , и 4-ый тип мощностей без ограничения на максимальный объем. Спрос на электроэнергию характеризуется следующей КПН:  $M_1$  мощности требуется всегда ( $\tau = 1$ ),  $M_2$  мощности требуется на  $1/4$  периода (На Рис.2  $M_2$  обозначало сумм. объем  $\bar{V}_1 + \bar{V}_2$ ). Мощности типа 1 являются оптимальными как базовые, типа 2 – как пиковые, типа 3 – вторые по оптимальности для обоих коэффициентов загрузки, но  $c_4^v < c_3^v$ ,  $c_2^f + c_2^v > c_4^f + c_4^v$ . Оптимальная структура мощностей и равновесие Нэша на аукционе зависят от соотношения между параметрами. Рассмотрим типичные случаи:

1)  $M_1 < \bar{V}_1$ ,  $M_2 < \bar{V}_2$ . В этом случае  $V_1^* = M_1$ ,  $V_2^* = M_2$ , в равновесии Нэша все производители получают нулевую прибыль.

2)  $M_1 > \bar{V}_1$ ,  $M_2 > \bar{V}_2$ ,  $M_1 + M_2 < \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3$ . Тогда мощности типа 1 полностью загружены как базовые, типа 2 как пиковые, типа 3 – для обеих целей,  $V_3^* = M_1 + M_2 - \bar{V}_1 - \bar{V}_2$ . Равновесная прибыль для каждой единицы мощности типа 1 равна  $(c_3^f - c_1^f + c_3^v - c_1^v)$ , для типа 2 –  $c_3^f - c_2^f + c_3^v - c_2^v$ . Мощности типа 3 получают нулевую прибыль.

3)  $M_2 > \bar{V}_2 + \bar{V}_3$ ,  $M_1 + M_2 < \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3$ . Тогда  $V_2^* = \bar{V}_2$ ,  $V_3^* = \bar{V}_3$ ,  $V_1^* = M_1 + M_2 - \bar{V}_2 - \bar{V}_3$ . Равновесные прибыли для единиц мощностей типов  $i = 2, 3$  –  $(c_1^f - c_i^f + (c_1^v - c_i^v)/4)$ . Мощности типа 1 получают нулевую прибыль.

4)  $M_2 < \bar{V}_2$ ,  $M_1 > \bar{V}_1 + \bar{V}_3$ ,  $M_1 + M_2 > \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3$ . Тогда  $V_2^* = M_2$ ,  $V_4^* = M_1 - \bar{V}_1 - \bar{V}_3$ . Мощности типа 2 и 4 получают нулевую прибыль. Каждая единица типа  $i = 1, 3$  получает  $(c_4^f - c_i^f + c_4^v - c_i^v)$ .

5)  $M_2 > \bar{V}_2$ ,  $M_1 + M_2 > \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3$ . В этом случае  $V_4^* = M_1 + M_2 - \bar{V}_1 - \bar{V}_2 - \bar{V}_3$ , тип 4 в первую очередь используется как базовые мощности. Тип 3 в первую очередь используется как пиковая мощность. Если  $M_2 < \bar{V}_2 + \bar{V}_3$ , то остаток  $\bar{V}_2 + \bar{V}_3 - M_2$  мощности типа 3 используется как базовая мощность. Равновесные прибыли зависят от

соотношений между  $M_2$  и  $\overline{V}_2 + \overline{V}_3$  и между  $M_1$  и  $\overline{V}_1$ . Если  $M_2 < \overline{V}_2 + \overline{V}_3$ , то каждая единица типа  $i = 1,3$  получает прибыль  $(c_4^f - c_i^f + c_4^v - c_i^v)$ , типа 2 –  $(c_3^f - c_2^f + (c_3^v - c_2^v)/4)$ . В другом случае, если  $M_1 > \overline{V}_1$ , то единица типа 1 получает то же значение, единицы типов  $i = 2,3$  получают  $(c_4^f - c_i^f + (c_4^v - c_i^v)/4)$ . Итак, если  $M_1 < \overline{V}_1$ , то единицы типов  $i = 1,2,3$  получают  $(c_4^f - c_i^f + (c_4^v - c_i^v)/4)$ .

## 5. Заключение.

По оценкам РАН и ведущих отраслевых институтов, до 2015 г. ожидается ежегодный рост потребления электроэнергии на 3,7 % (см. ...). В этом случае, общее потребление электроэнергии в 2015 г. составит 1 340 млрд. кВт·ч. Максимальная ежегодная нагрузка увеличится на 50-60 ГВт и составит в 2015 г. 201-211 ГВт. Прирост мощностей составит: 8,1 ГВт для ГЭС, 14,3 ГВт для АЭС, 60,3 ГВт для ТЭС. Таким образом, согласно умеренному сценарию, установленная мощность в 2015 г. составит 297,5 ГВт. Потребность в инвестициях на этот период оценивается в 1,2 трлн.руб. для ГЭС, 1,4 трлн.руб. для АЭС, 3,5 трлн.руб. для ТЭС.

Проведенный в данной работе анализ механизмов рынка электроэнергии и мощности, использовавшихся в России, выявил их недостатки: даже в условиях совершенной конкуренции эти механизмы не обеспечивают отбор оптимального состава мощностей при реалистичных предположениях об информированности участников рынка. Об этом этом же свидетельствует и экономическая статистика.

Российский рынок мощности обеспечил возмещение постоянных издержек для установленных мощностей, но, не смотря на большой приток финансового капитала, не стимулировал создание новых мощностей в 2007-2010 гг. В итоге правительство применило административное давление, чтобы обеспечить создание новых мощностей с 2011 г. Экономическая эффективность этих инвестиций сомнительна. Российский опыт взаимодействия правительства с бизнесом в других областях не дает поводов для оптимизма.

Помимо упомянутого в разделе 3, еще один важный недостаток действующей структуры рынка состоит в том, что отбор мощности производится на периоды, равные одному году. Например, в 2011 г. должны быть отобраны мощности на 2012-2015 гг. Если новая мощность отобрана на 2014, 2015 гг., ее создание занимает три года, а полная компенсация постоянных издержек возможна через пять лет эксплуатации, то инвестор сталкивается с серьезной проблемой. Нет никаких механизмов, которые гарантируют отбор этой мощности после 2015 г. В настоящей работе описан механизм аукциона, обеспечивающий отбор оптимального состава мощностей с учетом постоянных и переменных затрат на производство энергии существующих и новых типов мощностей.

Оптимальное поведение производителя на рассмотренном в разделе 4 аукционе является простым, соответствует известному принципу выявления (revelation principle, см. Myerson R. (1981)) и не требует дополнительной информации, кроме как информации о собственных производственных издержках. Для практического следует обобщить предложенный алгоритм и правила аукциона для КПН общего вида и генераторов, характеризующихся наименьшим и наибольшим объемом возможного выпуска. Проблема рыночной власти в общем случае, конечно, остается. Одной из возможностей решить ее является применение аукциона типа Викри вместо аукциона единой цены. Работа Vasin, Vasina (2006) приводит некоторые аргументы в пользу такого решения.

Проблема оптимальной организации рынка электроэнергии нуждается в дальнейшем исследовании. Для рассмотренных вариантов организации рынка необходимо изучить вопросы возможности использования рыночной власти крупными компаниями, а также сравнить с альтернативными вариантами организации рынка. Отметим, что необходимость существования рынка мощности обычно объясняют нехваткой возмещения постоянных издержек производителям, располагающим пиковыми мощностями в условиях конкурентного рынка с неэластичным спросом. Однако, Стивен Стофт (2006) говорит о том, что рынок мощности не является необходимым для эффективной структуры рынка электроэнергии. Пиковые мощности могут покрывать свои постоянные издержки в те редкие периоды, когда спрос превышает общую доступную мощность и цена равна стоимости, потерянной из-за нехватки мощности. Такой механизм применяется на австралийском рынке. Стофт также рассматривает другие механизмы для определения пиковых периодов и определения цены в эти периоды. В этом случае пиковым периодом является время, когда объем резервной мощности меньше, чем заданная доля от общей мощности (например, менее 10%). Цена для таких периодов фиксирована и пиковые мощности могут покрыть свои постоянные издержки в течение года. Определение оптимальных параметров для такого рынка с учетом фактора рыночной власти является актуальной задачей. Реально рынки мощности функционируют в структуре трех существующих рынков электроэнергии.

## **6. Литература.**

1. Myerson R. Optimal auction design // *Mathematics of Operations Research*. 1981. Vol. 6, No 1. P. 58—73. ? Или Измалков С.Б., Сонин К.И., Юдкевич М.М. «Теория экономических механизмов (Нобелевская премия по экономике 2007 г. часть №1)» // *Вопросы экономики*. 2008. №1. С.4-26.)
2. Vasin A., Vasina P. Electricity markets analysis and design // Working Paper # 2006/053. – Moscow, New Economic School, 2006.
3. Васин А.А., Морозов В.В., Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс, 2005
4. Давидсон М.Р., Догадушкина Ю.В., Крейнс Е.М., Новикова Н.М., Удальцов Ю.А., Ширяева Л.В. «Математическая модель конкурентного оптового рынка электроэнергии в России» // *Известия РАН, Теория и системы управления*, 2004. №3. С.72-83.

5. Давидсон М.Р., Догадушкина Ю.В., Крейнес Е.М., Новикова Н.М., Селезнев А.В., Удальцов Ю.А., Ширяева Л.В. “Математическая модель управления энергосистемой в условиях конкурентного оптового рынка электроэнергии и мощности в России” // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. N 2. - С. 84-94
6. Постановление Правительства РФ, **2007? Нашла такое:** от 24.10.2003 г. № 643 «О правилах оптового рынка электрической энергии (мощности) переходного периода»
7. Постановление Правительства РФ от 31.08.2006 г. № 529 «О совершенствовании порядка функционирования оптового рынка электрической энергии (мощности)»
8. Стофт С. Экономика энергосистем. Введение в проектирование рынков электроэнергии. М.: Мир, 2006.