

Лабораторные занятия по методам вычислений

Задание № 1:

Операции с матрицами. Векторные и матричные нормы

Дано: матрица A , вектор b .

Требуется:

- 1) вычислить значение определителя $\det A$;
- 2) вычислить собственные значения λ_i , $i = \overline{1, n}$ матрицы A ;
- 3) найти границы спектра матрицы A : $\lambda_{\min} = \min_{1 \leq i \leq n} \lambda_i$, $\lambda_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} \lambda_i$;
- 4) вычислить спектральный радиус матрицы A : $\rho = \max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i|$;
- 5) найти обратную матрицу A^{-1} ;
- 6) найти решение x^* линейной системы $Ax = b$;
- 7) вычислить $\|x^*\|_{\infty}$;
- 8) вычислить $\|A\|_2$;
- 9) вычислить $\|x^*\|_1$;
- 10) вычислить $\|x^*\|_2$;
- 11) вычислить $\|A\|_F$;
- 12) вычислить матрицу H , задаваемую формулой

$$H = E - \frac{2}{\langle b, b \rangle} b b^T,$$

где E – единичная матрица.

Примечание.

clear all первая строка в m-файле

eig

$$\max_{1 \leq i \leq n} \sqrt{\lambda_i(A^T A)}$$

$$A^{-1}b$$

inv

$$\sum_{i=1}^n |x_i|$$

det

$$\max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$$

abs

$$\langle x, x \rangle = x^T x$$

max

transpose или ' ,

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2}$$

min

sqrt

eye(размер)

$$a_{ij} \rightarrow A(i,j)$$

$$x_i \rightarrow x(i)$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

for счётчик=начало : конец

 команда1;

 команда2;

 ...

end

Варианты задания

1.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 12 & -3 & 5 \\ 1 & -3 & 9 & -2 \\ -1 & 5 & -2 & 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -7 \\ 12 \end{pmatrix}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 9 & -1 & 5 \\ -2 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -9 \\ 4 \\ 2 \\ -71 \end{pmatrix}$$

3.

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & 13 & -5 & 3 \\ 3 & -5 & 11 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 14 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -10 \\ -3 \end{pmatrix}$$

4.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 & -3 \\ 3 & 10 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 10 & 1 \\ -3 & 1 & 1 & 11 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

5.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 14 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & 7 & 1 \\ -1 & -5 & 1 & 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Варианты задания

6.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 10 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

7.

$$A = \begin{pmatrix} 13 & -1 & 4 & 3 \\ -1 & 7 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 10 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}$$

8.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & -4 & -3 \\ 2 & 11 & 3 & 2 \\ -4 & 3 & 9 & -1 \\ -3 & 2 & -1 & 12 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

9.

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & 12 & -5 & 2 \\ 3 & -5 & 10 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 11 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

10.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 & 2 \\ -1 & 12 & -2 & 5 \\ 2 & -2 & 10 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 13 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 7 \\ -11 \end{pmatrix}$$

Варианты задания

11.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 7 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 10 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 11 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 2 \\ -71 \end{pmatrix}$$

12.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 11 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 10 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 12 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

13.

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 11 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & 7 & -1 \\ -2 & -3 & -1 & 8 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -11 \\ 9 \end{pmatrix}$$

14.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 & -2 \\ 2 & 11 & -2 & 6 \\ 0 & -2 & 6 & 2 \\ -2 & 6 & 2 & 14 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ -10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

15.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 12 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 10 & -2 \\ -1 & 2 & -2 & 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -7 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Варианты задания

16.

$$A = \begin{pmatrix} 13 & -1 & 4 & 3 \\ -1 & 7 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 10 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}$$

17.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & -4 & -3 \\ 2 & 11 & 3 & 2 \\ -4 & 3 & 9 & -1 \\ -3 & 2 & -1 & 12 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

18.

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & 13 & -5 & 3 \\ 3 & -5 & 11 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 14 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -10 \\ -3 \end{pmatrix}$$

19.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 & -3 \\ 3 & 10 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 10 & 1 \\ -3 & 1 & 1 & 11 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

20.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 10 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$